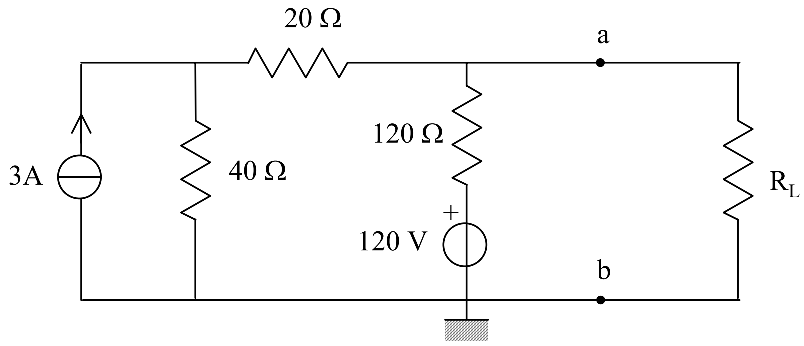
Exercices de remise à niveau & corrigé

A savoir :	- Analyse nodale, analyse maillée - Théorème de Superposition - Théorème de Thévenin et Norton - Impédances complexes en régime sinusoïdal - Puissance en régime continu & alternatif - Fonctionnement des composants passifs idéaux R, L, C - Caractéristiques de charge/décharge d'un circuit RC - Comportement intégrateur (dérivateur) d'un circuit RC (CR)

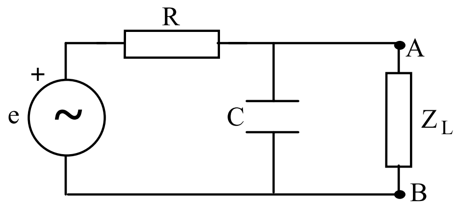
EXERCICE 1

Soit le circuit suivant où R_L est la résistance de charge.



1) Déterminer le circuit équivalent Thévenin vu par la charge entre les points a et b.
2) Calculer la valeur de R_L qui permette de transmettre un maximum de puissance à la charge. Quelle est alors la valeur de la puissance transmise ?
3) Calculer la puissance transmise à la charge si celle-ci a une valeur double de celle trouvée au 2).

EXERCICE 2



1 - Déterminer le générateur de Thévenin vu par la charge Z_L. La source e(t) délivre une tension sinusoïdale d'amplitude E = 10V et de fréquence f = 48kHz. Les valeurs des composnts sont C = 3,3 nF et R = 1 kΩ.

2 - Quelle doit être la nature de Z_L pour que le maximum de puissance lui soit délivré en moyenne ? Quelle est la valeur de cette puissance ?

EXERCICE 3

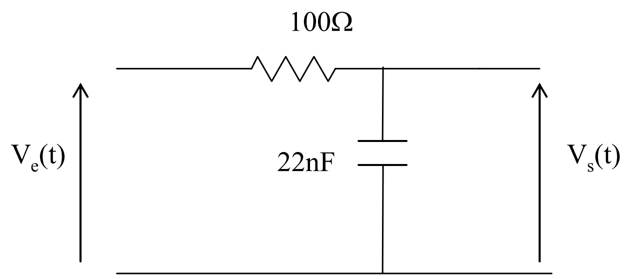
On considère une capacité C de 1 nF initialement chargée à V_0=10V qui se décharge au travers d'une résistance R de 1 kΩ. On note v(t) la tension aux bornes de C.

1- Sans résoudre d'équation différentielle, déterminer la tangente à v(t) en t=0 ainsi que son asymptote pour t >> RC.
2- Quelle est la valeur de la tangente en t = RC ?
3- Déterminer la forme exacte de v(t) en résolvant l'équation différentielle caractéristique du circuit. Quelle est la valeur de v(t) et t=RC et en t=5RC.
4- Tracer v(t).

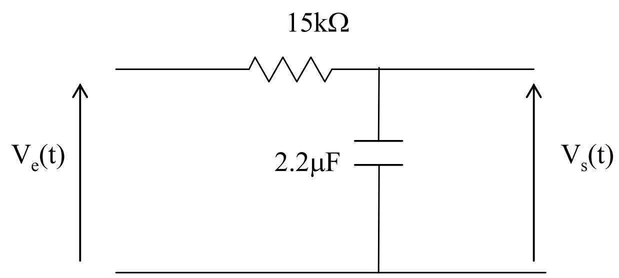
EXERCICE 4

Donner l'allure des signaux de sortie Vs(t) en régime stationnaire pour les montages suivants. Le signal d'entrée Ve(t) est un signal carré de fréquence 10 kHz.

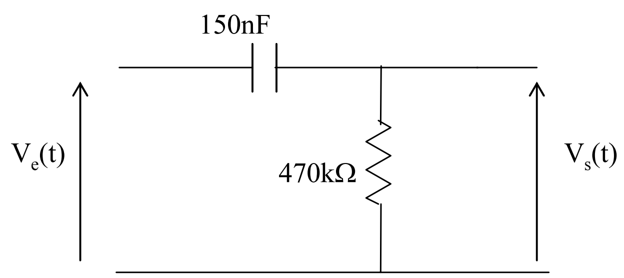
1)



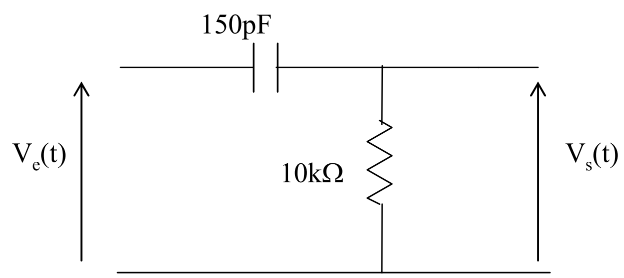
2)



3)



4)



EXERCICE 5

1 - Soit le circuit de la figure 1a. Calculer les éléments $\underline{e}_{th}$ et Z_{th} du générateur de Thévenin équivalent vu par Z entre A et B.

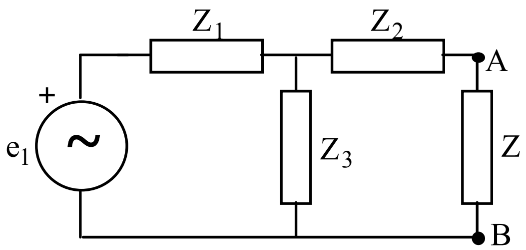


Figure 1a

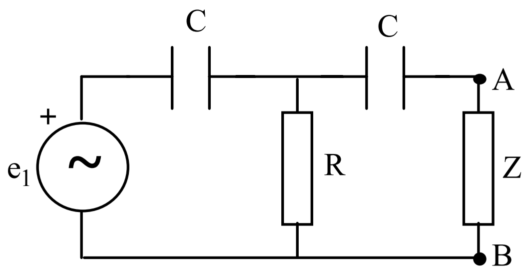


Figure 1b

Application : déterminer $\underline{e}_{th}$ et Z_{th} dans le cas particulier du tripôle de la figure 1b. On posera $x = RC\omega$.

2 - Soit le circuit de la figure 2a. Calculer les éléments $\underline{e}'_{th}$ et Z'_{th} du générateur de Thévenin équivalent vu par Z entre A et B. On les exprimera en fonction de $\underline{e}_o$, Z_o et $\underline{e}_{th}$, Z_{th}.

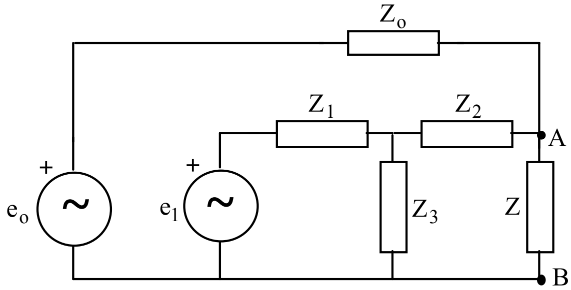


Figure 2a

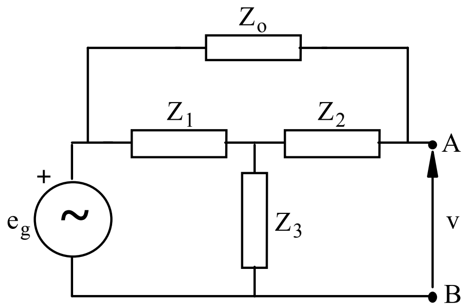


Figure 2b

3 - On considère le filtre en T ponté de la figure 2b alimenté par le générateur parfait e_g et fonctionnant avec une charge infinie. A l'aide des questions précédentes déterminer v en fonction de $e_g, Z_o, Z_3, Z_1, Z_{th}$ de la première question.

4 - Dans le cas où Z_o est une self-inductance L de résistance r et Z_1, Z_2 , Z_3 sont les impédances de la figure 1b, déterminer la condition pour laquelle v = 0. On admettra que $Z_o + Z_{th}$ ne peut être infinie.

5 - Montrer que cette condition est réalisée pour une fréquence f_o (fréquence de résonance) et pour une relation particulière entre les éléments du montage.

6 - Application numérique : la fréquence de résonance imposée est f_o= 50 kHz, la self-inductance vaut L = 1 mH, son coefficient de qualité est 80 à f_o.

Déterminer les valeurs à imposer aux autres éléments du montage

7 - Que vaut v pour f = 0 et f = ∞. En déduire l'allure du module de la courbe de transmission $T(f) = \left|\underline{v}/\underline{e}_g\right|$.

CORRIGE

EXERCICE 1

1) circuit équivalent Thévenin : Eth = 120 V et Rth = 40 Ω
2) Condition d'adaptation d'impédance :R_L = Rth = 40 Ω
   puissance transmise : P = R_L (Eth/(R_L + Rth))² =90 W
3) Pour R_L = 80 Ω on trouve P = 80 W.

EXERCICE 2

1- On passe en notations complexes (valeurs soulignées). Pour trouver la fem de Thévenin équivalente $\underline{\mathbf{e}}_{\mathbf{th}}$, on se place en circuit ouvert entre A et B. On a alors $\underline{\mathbf{e}}_{\mathbf{th}} = \dfrac{\frac{1}{\mathbf{jC}\omega}}{\mathbf{R} + \frac{1}{\mathbf{jC}\omega}}\underline{\mathbf{e}} = \dfrac{1}{1+\mathbf{RjC}\omega}\underline{\mathbf{e}}$.

Pour trouver l'impédance équivalente Z_{th}, on éteint la source e et on a donc : $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{th}} = \mathbf{R}\,//\,\mathbf{C} = \dfrac{\mathbf{R}}{1+\mathbf{jRC}\omega}$.

Comme $\mathbf{RC}\omega \approx 1$, les deux expressions se simplifient :

$$\underline{\mathbf{e}}_{\mathbf{th}} = \frac{1}{1+\mathbf{j}}\underline{\mathbf{e}} \text{ et } \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{th}} = \frac{\mathbf{R}}{1+\mathbf{j}}.$$

Comme $1+\mathbf{j} = \sqrt{2}\mathbf{e}^{\mathbf{j}\frac{\pi}{4}}$, on a $\underline{\mathbf{e}}_{\mathbf{th}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\mathbf{e}^{-\mathbf{j}\frac{\pi}{4}}\underline{\mathbf{e}} = \dfrac{\mathbf{E}}{\sqrt{2}}\mathbf{e}^{\mathbf{j}\left(\omega\mathbf{t}-\frac{\pi}{4}\right)}$. Or $\mathbf{e}_{\mathbf{th}}(\mathbf{t}) = \mathbf{Re}\left(\underline{\mathbf{e}}_{\mathbf{th}}\right)$, donc

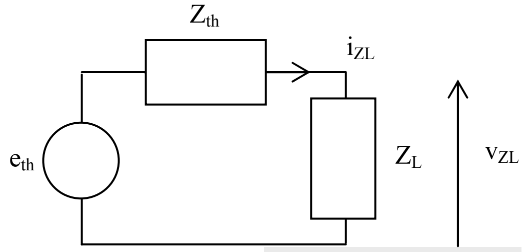
$$\mathbf{e}_{\mathbf{th}}(\mathbf{t}) = 5\sqrt{2}\,\mathbf{cos}\left(\omega\mathbf{t} - \frac{\pi}{4}\right).$$

$$\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{th}} = \frac{\mathbf{R}}{2}(1-\mathbf{j}) = \mathbf{R}_{\mathbf{th}} + \frac{1}{\mathbf{jC}_{\mathbf{th}}\omega}$$: Z_{th} est de nature capacitive (et résistive).

__AN__ : C_{th} = 6,6 nF et R_{th} = 500 Ω.

2- On dit qu'on a **adaptation d'impédance** lorsque la puissance délivrée à la charge (ici Z_L) est maximale. Cette condition est réalisée quand $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{L}} = \underline{\mathbf{Z}}^{*}_{\mathbf{th}}$. Or on a vu que Z_{th} est de nature capacitive, on en déduit donc que **Z_L est de nature inductive**. On a ainsi : $\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{L}} = \mathbf{R}_{\mathbf{th}} + \mathbf{jL}_{\mathbf{th}}\omega = \mathbf{R}_{\mathbf{th}} + \dfrac{\mathbf{j}}{\mathbf{C}_{\mathbf{th}}\omega}$. D'où $\mathbf{L}_{\mathbf{th}} = \dfrac{1}{\mathbf{C}_{\mathbf{th}}\omega^2}$.

__AN__ : L_{th} = 1,7 mH.



La puissance moyenne P reçue par la charge Z_L s'écrit : $\mathbf{P} = \dfrac{1}{2}\mathbf{Re}\left(\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{ZL}} \times \underline{\mathbf{i}}^{*}_{\mathbf{ZL}}\right)$.

$\underline{\mathbf{v}}_{\mathbf{ZL}} = \dfrac{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{th}}}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{th}} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{L}}}\underline{\mathbf{e}}_{\mathbf{th}}$ (diviseur de tension) et $\underline{\mathbf{i}}_{\mathbf{ZL}} = \dfrac{\underline{\mathbf{e}}_{\mathbf{th}}}{\underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{th}} + \underline{\mathbf{Z}}_{\mathbf{L}}}$.

On en déduit : $\mathbf{P} = \frac{1}{2} \cdot \frac{|\mathbf{e_{th}}|^2}{4 \times \mathbf{R}_{th}^2} \cdot \mathbf{R_{th}} = \frac{\mathbf{E}^2}{16 \times \mathbf{R_{th}}}$ (on a en effet $\mathbf{Z_{th}} + \mathbf{Z_L} = \mathbf{R_{th}}$).

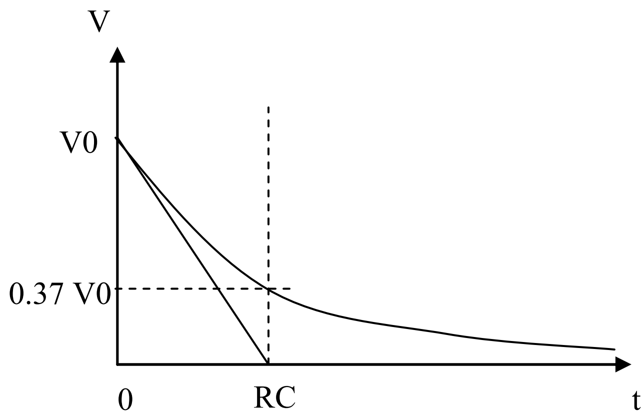
<u>**AN**</u> : P = 12,5 mW.

<u>EXERCICE 3</u>

Décharge d'un circuit RC

On considère une capacité C de 1 nF initialement chargée à V_0=10V qui se décharge au travers d'une résistance R de 1 kΩ. On note v(t) la tension aux bornes de C.

5- tangente à v(t) en t=0 : $dV/dt = -V_0/RC$
   asymptote pour t >> RC : v = 0 (axe des abscisses).
6- en t = RC la tangente à l'origine vaut 0.
7- forme exacte de $v(t) = V_0 \exp(-t/RC)$
   en t=RC v(t) = 3.7V (<u>63% de la décharge effectué</u>) et en t=5RC v(t) = 0.1V (<u>99% de la décharge effectué</u>).
8- Tracer v(t).



<u>EXERCICE 4</u>

Il suffit de comparer la période T du signal Ve au temps de réponse du circuit τ=RC.

On a T = 1/f = 0.1ms

1) τ=2.2 µs donc τ << T => Vs(t) = Ve(t) (C est un circuit ouvert)

2) τ=33 ms donc τ >> T => Vs(t) triangulaire (montage intégrateur)

3) τ=70.5 ms donc τ >> T => Vs(t) = Ve(t) (C est un court-circuit)

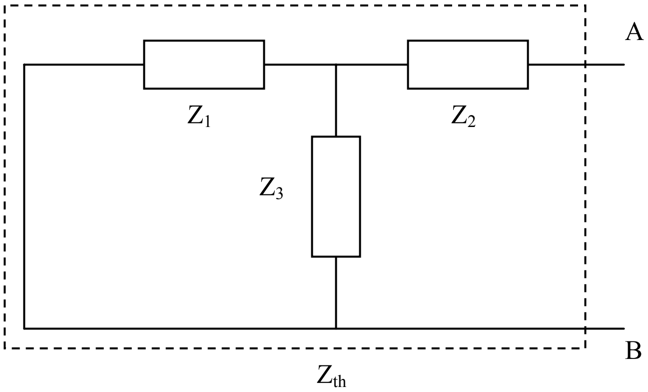
4) τ=1.5 µs donc τ << T => Vs(t) suite de pulses positif et négatif (montage dérivateur)

<u>EXERCICE 5</u>

1- e_{th} est la tension U_{AB} en circuit ouvert :

On a donc: $\mathbf{e_{th}} = \frac{\mathbf{Z_3}}{\mathbf{Z_1} + \mathbf{Z_3}} \mathbf{e_1}$ (diviseur de tension).

Z_{th} est l'impédance vu entre A et B lorsqu'on éteint toutes les sources non liées, donc ici e_1 :

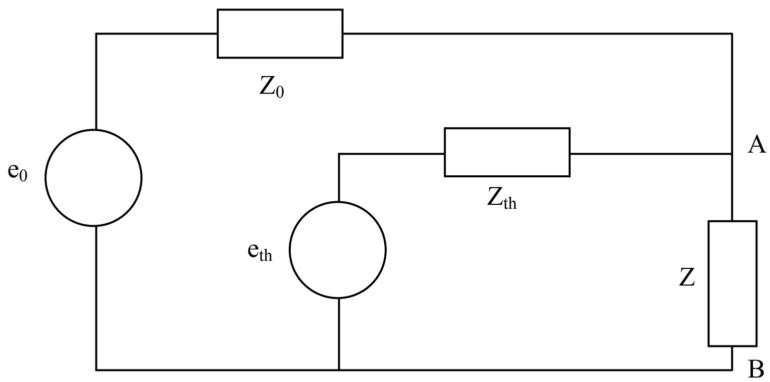


$$Z_{th} = Z_2 + (Z_1 // Z_3) = Z_2 + \frac{Z_1 Z_3}{Z_1 + Z_3}.$$

Application : $Z_1 = Z_2 = \frac{1}{jC\omega}$; $Z_3 = R$. On pose $x = RC\omega$.

On en déduit : $e_{th} = \frac{jx}{1+jx} e_1$ et $Z_{th} = \frac{1}{jC\omega} + \frac{\frac{R}{jC\omega}}{\frac{1}{jC\omega} + R} = \frac{1+2jx}{jC\omega(1+jx)}$.

2- Le schéma de la figure 5c est équivalent au schéma suivant :



En circuit ouvert, on applique le théorème de Millman au point A pour trouver e'_{th} :

$$V_A = e'_{th} = \frac{\frac{e_0}{Z_0} + \frac{e_{th}}{Z_{th}}}{\frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_{th}}} = \frac{Z_{th} e_0 + Z_0 e_{th}}{Z_0 + Z_{th}}.$$

L'impédance du générateur de Thévenin équivalent Z'_{th} s'obtient encore en éteignant toutes les sources indépendantes, c'est-à-dire e_0 et e_{th}.

$$Z'_{th} = Z_0 // Z_{th} = \frac{Z_0 Z_{th}}{Z_0 + Z_{th}}.$$

3- Le schéma de la figure 5d est équivalent au schéma de la figure 5c en remplaçant e_0 et e_1 par e_g. La tension v est donc la fem du générateur de Thévenin équivalent entre A et B. Il suffit donc de remplacer e_0 et e_1 par e_g dans l'expression de e'_{th}.

$$e'_{th} = \frac{Z_1Z_2 + Z_1Z_3 + Z_2Z_3 + Z_0Z_3}{(Z_0 + Z_{th})(Z_1 + Z_3)} e_g .$$

4 et 5- Avec les données de l'énoncé, le numérateur de l'expression de e'_{th} vaut :

$\left(\frac{1}{jC\omega}\right)^2 + R \times \frac{1}{jC\omega} + R \times \frac{1}{jC\omega} + (r + jL\omega) \times R$. (On a choisi la représentation série pour la bobine (voir TD1)).

Pour annuler cette expression (on admet que $Z_0 + Z_{th}$ ne peut être infini), on annule sa partie imaginaire et sa partie réelle. On trouve alors :

$-\frac{1}{C^2\omega^2} + r \times R = 0$ et $LR\omega - \frac{2R}{C\omega} = 0$. Ceci est réalisé à la pulsation de résonance ω_0 donnée par :

$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{rRC}} = \sqrt{\frac{2}{LC}}$ (a).

On en déduit une relation entre les éléments du montage : $L = 2 \times r \times R \times C$ (b).

6- Le coefficient de qualité de la bobine à la fréquence $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ est $Q(f_0) = \frac{L\omega_0}{r}$.

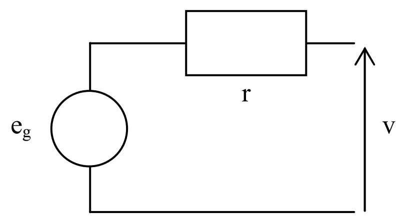
D'où $r = \frac{L \times 2\pi f_0}{Q(f_0)}$.

On peut déduire de l'équation (a) de la question 5 l'expression de C : $C = \frac{2}{L \times (2\pi f_0)^2}$.

De l'équation (b), on tire l'expression de R : $R = \frac{L}{2rC}$.

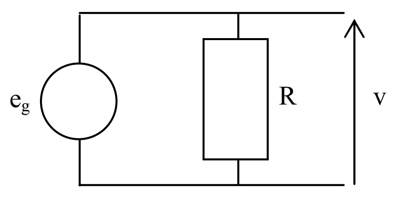
<u>AN</u> : r = 4 Ω ; C = 20 nF ; R = 6,28 kΩ.

7- Lorsque f = 0, les condensateurs sont équivalents à des circuits ouverts et la bobine est équivalente à un court-circuit. Le schéma équivalent est alors le suivant :



On a donc $v = e_g$ en régime continu (f = 0).

Lorsque $f = \infty$, les condensateurs sont équivalents à des courts-circuits et la bobine est équivalente à un circuit ouvert. Le schéma équivalent est alors le suivant :



On a donc $v = e_g$ lorsque $f = \infty$.

L'allure du module de la fonction de transfert $\mathbf{T}(\mathbf{f}) = \left|\dfrac{\mathbf{v}}{\mathbf{e_g}}\right|$ est la suivante :